ベーシックレベル数学Ⅱを受講する皆さんへ

ようこそ，スタディサプリ ベーシックレベル数学Ⅱの講座へ。この講座は

「数学Ⅱを，用語の意味や公式のなりたちについて理解するところから学習したい」

という人に適した講座となっています。

数学Ⅱでは，高校数学の根幹とも言える内容を学習します。この講座では，算数や中学校の数学や数学Ⅰの学習で得た知識や経験を時に振り返りながら，新たな知識や考え方を，1つ1つ，丁寧に，あなたと一緒に積み重ねていきます。

予習は必要ありません。「講義動画」で，いちから説明します！

テキストの使い方，講座の受講の仕方については，後ほど詳しく説明します。

この講座を受講いただくことで，学校の授業の理解をより深めたり，学校から課された宿題を解きながらそこで問われている内容を確認したり，といったことが可能になります。しかし，この講座で扱う内容は，決して簡単ではありません。だからこそ，あなたがこの講座を通じて数学Ⅱと本気で向き合うことで

「なるほど，そういうことか！」を積み重ね，自分の成長を実感する

ことができると確信しています。

「人から人へ」。それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません。スタディサプリの講師は，いつでも「あなた」が真剣に学びに向かう姿を思い浮かべながら授業しています。あなたが本気で講師から学び，学んだことが何だったのかを考え，問題を通じてそれを確認し，自分のものにする，そういった一連の体験をこの講座を通じて提供いたします。そして，あなたがそうして得たことを，様々なアウトプットを通じて，今度はあなたが誰かに伝えていただきたいと思います。

講義を1回受けてわからなければ，何度でも，自分のペースで，講義を見返すことが可能です。ただし，最初から完璧な理解を目指す必要はまったくありません。まずは「たぶんこういうことだろうな」といったように，全体像をざっくり捉えることから始めましょう。その状態で先に進み，前に習った知識を使うことで，その意味がわかる，というのも数学ならではですし，気になって前に戻り改めて理解を深める，ということも可能です。その学び方やペースは，他の人と比較する必要はありません。

学びにおいて，主役は「あなた」です

あなたの，あなたならではの学びを，この講座が力強くサポートします。

ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

目次

第１章　式と証明

第１講　式と計算
PART1　３次式の展開と因数分解の公式
PART2　二項定理
PART3　多項式の除法
PART4　分数式の計算

第２講　式と証明
PART1　恒等式
PART2　等式の証明
PART3　不等式の証明
PART4　平方の大小関係
PART5　相加平均と相乗平均

第２章　複素数と方程式

第３講　複素数と２次方程式
PART1　複素数とその計算
PART2　負の数の平方根と２次方程式
PART3　２次方程式の解の判別
PART4　２次方程式の解と係数の関係

第４講　剰余の定理と因数定理，高次方程式
PART1　剰余の定理
PART2　因数定理
PART3　組立除法と因数分解
PART4　高次方程式の解法

第３章　図形と方程式

第５講　点と直線
PART1　２点間の距離，数直線上の分点の座標
PART2　座標平面上の点
PART3　直線の方程式
PART4　２直線の関係
PART5　点と直線の距離

第６講　円
PART1　円の方程式
PART2　円と直線の共有点の座標と個数
PART3　円と直線の位置関係
PART4　円の接線

第７講　軌跡と領域
PART1　軌跡の方程式
PART2　不等式の表す領域
PART3　連立不等式の表す領域
PART4　領域と最大・最小

第４章　三角関数

第８講　三角関数とその性質
PART1　動径と一般角
PART2　弧度法
PART3　三角関数
PART4　三角関数の相互関係
PART5　三角関数の性質

第9講　三角関数のグラフ

PART1　三角関数のグラフ

PART2　いろいろな三角関数のグラフ

第10講　三角関数を含む方程式，不等式

PART1　三角関数を含む方程式

PART2　三角関数を含む不等式

第11講　加法定理

PART1　正弦・余弦の加法定理

PART2　正接の加法定理，２直線のなす角

PART3　２倍角の公式，半角の公式

PART4　三角関数の合成

第5章　指数関数・対数関数

第12講　指数の拡張

PART1　０や負の整数の指数

PART2　累乗根

PART3　有理数の指数

第13講　指数関数

PART1　指数関数のグラフ

PART2　指数関数の性質

PART3　指数関数を含む方程式・不等式

第14講　対数とその性質

PART1　対数

PART2　対数の性質

PART3　底の変換公式

第15講　対数関数

PART1　対数関数のグラフ

PART2　対数関数の性質

PART3　対数関数を含む方程式・不等式

PART4　常用対数

第6章　微分法・積分法

第16講　微分係数と導関数

PART1　平均の速さ，平均変化率

PART2　極限値と微分係数

PART3　導関数

PART4　導関数の計算

第17講　導関数の応用

PART1　接線の方程式

PART2　曲線上にない点から引いた接線

PART3　関数の増減

PART4　関数の極大・極小

PART5　関数の最大・最小

PART6　方程式への応用

第18講　不定積分，定積分

PART1　不定積分

PART2　x^n の不定積分，不定積分の性質

PART3　定積分

PART4　定積分の性質

第19講　定積分と面積

PART1　定積分と面積

PART2　２つの曲線の間の面積

講座の受講の仕方

ここでは,効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします。講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答」に分かれています。この３つを効果的に使い,実力を伸ばしていきましょう。

①　テキストについて

この講座のテキストは，講ごとにいくつかの PART(パート)に分かれています。

各 PART は，次のような項目で構成されています。

「要点」

⇒　その PART で習得すべき用語や知識，公式およびその成り立ち

「講義問題」（1，2など）

⇒　「要点」で学んだことを確認する問題

「Point Pickup」

⇒　「要点」で学んだことをベースに，知識を整理

「確認問題」

⇒　「講義問題」で学んだことを確認するための問題

「要点」「講義問題」「Point Pickup」については，「動画」で解説を行います。ある講に含まれる PART の一部または全部が未習，または理解が不十分の状態で講義を受講いただいても，まったく問題ありません。また，予習は必要ありません。

②　講義動画について

受講の準備ができましたら,テキストと筆記用具を手元におき,動画を再生してください。そして,真剣に受講して,講師がこの動画を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。

各講に含まれる PART 内の動画は，複数のチャプターに分かれています。

（例）　第１講　式と計算

PART1　３次式の展開と因数分解の公式　…　【要点整理①】・【要点整理②】・【問題解説】

それぞれの PART における主な受講の流れを説明します。

⑴　【要点整理】のチャプターで，「要点」の内容を解説します。この PART で習得すべき用語や知識，公式およびその成り立ちを解説します。

必要なことは予めテキストに記載してあります。その上で，一部「穴埋め」や「記述」が必要な部分があります。講師の話に全力で耳を傾け，テキストを完成させましょう。

⑵　【問題解説】のチャプターで，1，2，3，4といった「講義問題」を解説します。

まずは，「Point Pickup」にて，「要点」を通じて習得したことを整理します。【要点整理】と同様，一部「穴埋め」や「記述」となっています。

次に，「Point Pickup」で整理した知識や考え方を元に，実際に問題を解いていきます。それぞれの問題が，どのようにして解答に至るかを，そのプロセスも含めて動画でじっくり学んでください。途中で動画を一次停止しながら，途中計算等をテキストやノートに書いていただいて構いませんが，大切なのは集中して授業を受講することです。「別冊解答」には，講義問題の解答解説が掲載されておりますので，動画の途中計算をすべて書き写す必要はありません。書くことに集中するのではなく，講師の言葉の一つひとつにしっかりと耳を傾けてください。

さらに，解説された講義問題を，何も見ずに自分で解いてみましょう。途中で手が止まってしまった場合は，自分で書いた途中計算や別冊解答を参照して，どこに止まった原因があったのかを振り返り，その続きからまた解き進めてみましょう。

各 PART の学習の流れを，今一度確認してみましょう。

「要点」→「Point Pickup」→「講義問題」→「自分で問題を解く」

1 つの PART でおよそ 15 分～ 30 分の受講時間となります。

各講に含まれるすべての PART の受講が終了すると，その講が終了します。時間がない時は,PART 単位の受講でも構いません。また,週末にまとめて 1 講分受講してもよいでしょう。

大切なのは

・「新しい知識や考え方を知って，思考の幅を広げる」

・「講師が伝えたこと」を「自分で他の人に伝えられるようにする」

・「問題が解けるようになることがゴールではなく，前提となる知識・考え方を学ぶ」

という気持ちで受講することです。

動画で学ぶことに慣れていない人や，数学が苦手な人は，最初は「授業が速い！」と感じるかもしれませんが,安心してください。この講座は,いつでも画面を停止できます。「ん？」と思ったら止めて，いま伝えられたことがどういう意味を持つのかを考えること，必要なら戻って何度も聞くこと。焦る必要はありません。そして,講座の受講を進めていくうちに,感じ取り，表現できるスキルが向上することで，一度で聞き取れる，感じ取れる内容が増えていくでしょう。

もう１つ大切なこと，それは

・「やっぱり自分はできないんだ……」は厳禁！

だということです。あきらめず，何度でもチャレンジすること。あなたには，あなたがまだ気付いていないかもしれない，「理解する力」が必ずあります。

③　復習について

その日の動画の受講が完了したら

・この PART から何を学んだか

を思い浮かべてみましょう。必要に応じてテキストをもう一度見直してみましょう。

また，後日，講義問題をもう一度解くことで，

・この PART を受講して何ができるようになったか

を確かめてみましょう。もし解法が全然思いつかない，すっかり忘れてしまった，という場合は，まずは【問題解説】の動画を，それでも思い出せない場合は【要点整理】の動画を見直してみましょう。記憶がよみがえるはずです。

・「復習することで，学んだことを自分のものにする」

という気持ちを忘れないようにしましょう。

④　確認問題について

①～③が終わると，自分がその講の内容を本当に理解しているのかを，別の問題で確かめたくなるはずです。各 PART の終わりに**「確認問題」**を用意してあります。講義問題と同様，その PART で学んだ知識・考え方を確認することができる問題セットとなっていますので，この PART で学んだことを思い出しながら，自力で解いてみましょう。

解き終えたら，「別冊解答」を見て，解き方をチェックしてみましょう。

・「問題を解くことで，知識を引き出し，使う練習をする」

単なる反復練習ではなく，学んだことを思い出しながら解く，それを忘れないでください。

以上を繰り返すことにより，飛躍的に理解が深まり，数学Ⅱの世界観が少しずつ見えてくるようになってきます。

受講を続ける上で大切なのは

・ペースを作り，守る

ことです。各 PART，およそ 15 分～ 30 分。それを，どこの曜日のどの時間帯に何 PART（何講）受講するのかを決めるとよいでしょう。そして，決めた曜日の決めた時間に，確実に受講する習慣を身につけましょう。学校で授業を受ける時間と同じように，時と場所を変えて『スタディサプリ』を受講する時間，数学Ⅱと本気で向きあう時間，これを確保してください。学校の宿題等，何があっても，決めたペースを守ることを心がけ，できない理由を作らないこと。それを愚直なまでに繰り返すことで，確実な「理解力向上」「実力向上」，そしてそれを実現している自分の姿があることに気付き，それが「自信」につながります。

この「ベーシックレベル数学Ⅱ」は，あくまで数学Ⅱの「入門講座」です。入門は，簡単という意味ではなく，その先に進むために欠かすことのできない「作法」を身に付ける，ということです。受講後は，**「高 1・高 2 スタンダードレベル数学Ⅱ」**に進んでみてください。自分の知識がどのように活用できるのか，それを知れば，もっとできることを増やしたい，活用の幅を広げたい，そう思うはずです。それこそが，無限に広がる数学Ⅱの世界への第一歩を踏み出した瞬間です。

【MEMO】

第 1 講　式と計算

PART1　3 次式の展開と因数分解の公式

要点 ①　3 次式の展開の公式

展開する式がある特別な形をしているとき，以下の「展開の公式」により，その展開の途中計算を省略することができることを数学Ⅰで学んだ。

展開の公式

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
- $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

$(a+b)^3$ を展開すると

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b\\&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

この結果を利用して $(a-b)^3$ を展開すると

$$\begin{aligned}(a-b)^3&=\\&=\quad+\qquad+\qquad+\\&=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\end{aligned}$$

以上より，次の展開の公式が成り立つ。

3 次式の展開の公式(1)

1　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

2　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

例　$(x+2)^3=\qquad\qquad=$

$(x-3)^3=\qquad\qquad=$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=$$

$$=\qquad\qquad=a^3-b^3$$

であることから，次の展開の公式も成り立つ。

3 次式の展開の公式(2)

3　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

4　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

例　$(x+3)(x^2-3x+9)=(x+3)(x^2-x\cdot3+3^2)=\qquad=$

$(x-4)(x^2+4x+16)=(x-4)(x^2+x\cdot4+4^2)=\qquad=$

要点 ②　3 次式の因数分解の公式

展開の公式

3　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　　**4**　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

を逆にみると，次の因数分解の公式が得られる。

3 次式の因数分解の公式

1　$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

2　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

例　$x^3+125=x^3+\quad=(x+5)(x^2-x\cdot\quad+\quad)=(x+5)(x^2-5x+25)$

$8x^3-27y^3=\qquad-\qquad=(\quad-\quad)\{\qquad+\quad\cdot\quad+\qquad\}$

$=(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

立方数(自然数の 3 乗で表される数)は，小さい順に以下の通り。

$1=\quad,\ 8=\quad,\ 27=\quad,\ 64=\quad,\ 125=\quad,\ \cdots\cdots$

1　(1)　次の式を展開せよ。

(i)　$(x+4)^3$　　(ii)　$(3x-2y)^3$

(iii)　$(x+6)(x^2-6x+36)$　　(iv)　$(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　x^3+8　　(ii)　$27a^3-64b^3$

Point Pickup

3 次式の展開の公式

1　$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　　**2**　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

3　$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　　**4**　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

3 次式の因数分解の公式

1　$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$　　**2**　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

第 1 講　PART1 確認問題

次の式を展開せよ。

1　$(x-4)^3=x^3-$ アイ x^2+ ウエ $x-$ オカ

2　$(3a+b)^3$

$=$ キク a^3+ ケコ a^2b+ サ ab^2+b^3

3　$(x+5)(x^2-5x+25)=$ シ

①　x^3+125　　②　$x^3+5x^2+25x+125$

③　x^3-125　　④　$x^3-5x^2+25x-125$

4　$(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)=$ ス

①　a^3+8b^3　　②　$a^3+2a^2b+4ab^2+8b^3$

③　a^3-8b^3　　④　$a^3-2a^2b+4ab^2-8b^3$

次の式を因数分解せよ。

5 $x^3-64=(x-\boxed{\text{セ}})(x^2+\boxed{\text{ソ}}x+\boxed{\text{タチ}})$

6 $27a^3+8b^3$

$=(\boxed{\text{ツ}}a+\boxed{\text{テ}}b)(9a^2-\boxed{\text{ト}}ab+\boxed{\text{ナ}}b^2)$

[MEMO]

第 1 講　式と計算

PART1　3 次式の展開と因数分解の公式

1　(1)　次の式を展開せよ。

(i)　$(x+4)^3$　　(ii)　$(3x-2y)^3$

(iii)　$(x+6)(x^2-6x+36)$　　(iv)　$(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　x^3+8　　(ii)　$27a^3-64b^3$

[解答]

(1) (i)　$(x+4)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 4+3\cdot x\cdot 4^2+4^3=x^3+12x^2+48x+64$

(ii)　$(3x-2y)^3=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2-(2y)^3$

$=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

(iii)　$(x+6)(x^2-6x+36)=(x+6)(x^2-x\cdot 6+6^2)$

$=x^3+6^3=x^3+216$

(iv)　$(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)=(2a-3b)\{(2a)^2+2a\cdot 3b+(3b)^2\}$

$=(2a)^3-(3b)^3$

$=8a^3-27b^3$

(2) (i)　$x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2)$

$=(x+2)(x^2-2x+4)$

(ii)　$27a^3-64b^3=(3a)^3-(4b)^3$

$=(3a-4b)\{(3a)^2+3a\cdot 4b+(4b)^2\}$

$=(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)$

第 1 講　PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：12，ウエ：48，オカ：64

[解説]

$(x-4)^3=x^3-3\cdot x^2\cdot 4+3\cdot x\cdot 4^2-4^3$ [A]

$=\boldsymbol{x^3-12x^2+48x-64}$

[A]
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

2 **[正解]** キク：27，ケコ：27，サ：9

[解説]

$(3a+b)^3=(3a)^3+3\cdot(3a)^2\cdot b+3\cdot 3a\cdot b^2+b^3$ [B]

$=\boldsymbol{27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3}$

[B]
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

3 **[正解]** シ：①

[解説]

$(x+5)(x^2-5x+25)=(x+5)(x^2-x\cdot 5+5^2)$

$=x^3+5^3$ [C]

$=\boldsymbol{x^3+125}$

[C]
$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

4 **[正解]** ス：③

[解説]

$(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$

$=(a-2b)\{a^2+a\cdot 2b+(2b)^2\}$

$=a^3-(2b)^3$ [D]

$=\boldsymbol{a^3-8b^3}$

[D]
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

5 **[正解]** セ：4，ソ：4，タチ：16

[解説]

$$x^3-64=x^3-4^3$$
$$=(x-4)\left(x^2+x\cdot4+4^2\right) \text{ [E]}$$
$$=\boldsymbol{(x-4)\left(x^2+4x+16\right)}$$

[E]
$$a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$$

6 **[正解]** ツ：3，テ：2，ト：6，ナ：4

[解説]

$$27a^3+8b^3=(3a)^3+(2b)^3$$
$$=(3a+2b)\left\{(3a)^2-3a\cdot2b+(2b)^2\right\} \text{ [F]}$$
$$=\boldsymbol{(3a+2b)\left(9a^2-6ab+4b^2\right)}$$

[F]
$$a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$$